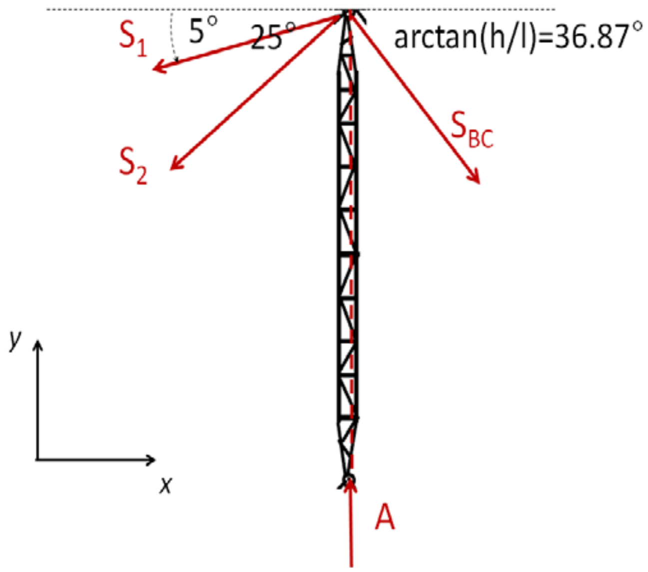
Aufgabe 1: Zentrale, ebene Kräftegruppe (6 Punkte, ∅ 3.1 Punkte):

Freikörperbild des Masts und einführen eines Standard-Koordinatensystems



Gleichgewichtsbedingungen:

$$R_x = 0$$

$$\Rightarrow S_{BC} \cdot \cos 36.87° - S_1 \cdot \cos 5° - S_2 \cdot \cos 25° = 0$$

$$\Rightarrow S_{BC} = \frac{4kN \cdot \cos 5° + 8kN \cdot \cos 25°}{0.8} = 14.04kN$$

(3 Punkte)

$$R_y = 0$$

$$\Rightarrow -S_{BC} \cdot \sin 36.87° - S_1 \cdot \sin 5° - S_2 \cdot \sin 25° + A = 0$$

$$\Rightarrow A = 4kN \cdot \sin 5° + 8kN \cdot \sin 25° + 0.6 \cdot 14.04kN$$

$$\Rightarrow A = 12.16kN$$

(3 Punkte)

Aufgabe 2: Allgemeine, ebene Kräftegruppe (6 Punkte, ∅ 1.8 Punkte):

(i) Messung bei 0°:

Gleichgewichtsbedingungen:

$$A_H + A_V = 5200N \Rightarrow A_V = 2270N$$

$$M_S = 0 \Rightarrow -a \cdot A_V + (L-a) \cdot A_H = 0 \Rightarrow a = \frac{L \cdot A_H}{A_H + A_V} = \frac{2m \cdot 2930N}{5200N} = 1.13m$$ (2 Punkte)

(ii) Messung bei 20.49°:

$$A_H + A_V = 5200N \Rightarrow A_V = 2050N$$

$$M_S = 0$$

$$\Rightarrow -a \cdot A_V \cdot \cos 20.49° + (L-a) \cdot A_H \cdot \cos 20.49° - b \cdot \sin 20.49° \cdot \left(A_H + A_V\right) = 0$$

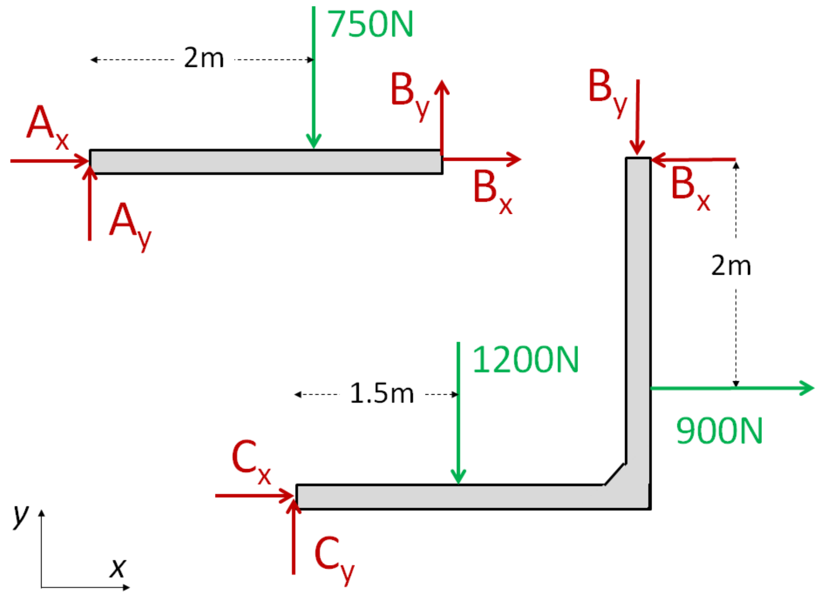
$$\Rightarrow b = \frac{(L-a) \cdot A_H \cdot \cos\alpha - a \cdot A_V \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha \cdot (A_H + A_V)} = 0.23m$$ (4 Punkte)

Aufgabe 3: Zusammengesetzte Tragwerke (8 Punkte, ∅ 3.6 Punkte):

Ersetzen der Linienkräfte durch Punktkräfte:

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot q_1 \cdot L = 750N\,; \quad F_2 = \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot L = 900N\,; \quad F_3 = q_3 \cdot L = 1200N$$

Freikörperbilder der Teilkörper. Dabei das Prinzip von actio=reactio im Gelenk beachten: (2 Punkte)



Gleichgewichtsbedingungen der Teilsysteme:

Balken AC:

(1) $R_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x = 0 \overset{mit(4)}{\Rightarrow} A_x = -1400N$ (1.5 Punkte)

(2) $R_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y = 750N \overset{mit(3)}{\Rightarrow} B_y = 500N$

(3) $M_B = 0 \Rightarrow -A_y \cdot L + 750N \cdot 1m = 0 \Rightarrow A_y = 250N$ (1.5 Punkte)

Winkelstab BC:

(4) $R_x = 0 \Rightarrow C_x - B_x + 900N = 0 \overset{mit(6)}{\Rightarrow} B_x = 1400N$

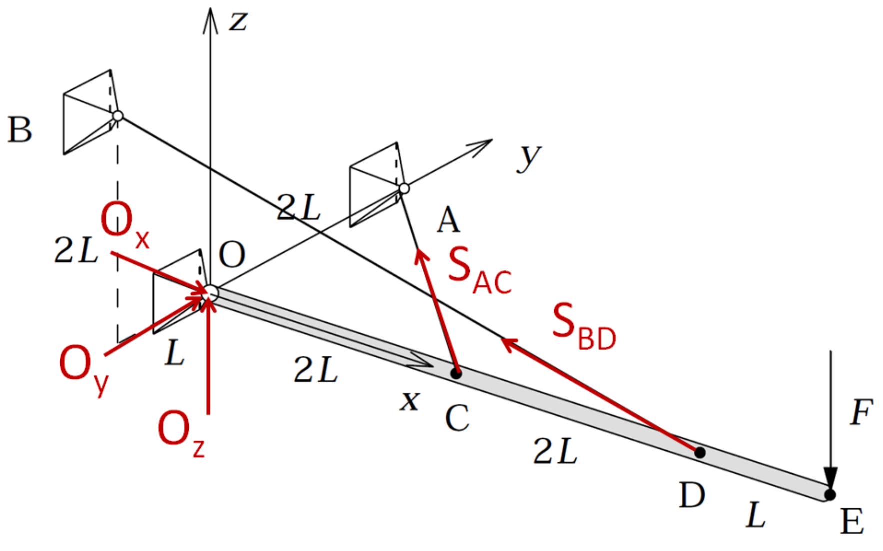
(5) $R_y = 0 \Rightarrow C_y - B_y - 1200N = 0 \overset{mit(2)}{\Rightarrow} C_y = 1700N$ (1.5 Punkte)

(6) $M_B = 0 \Rightarrow C_x \cdot 3m - C_y \cdot 3m + 1200N \cdot 1.5m + 900N \cdot 2m = 0$

$\overset{\text{mit (5)}}{\Rightarrow} C_x = 500N$ (1.5 Punkte)

Aufgabe 4: Räumliches Kraftsystem (10 Punkte, ∅ 3.4 Punkte):

Freikörperbild des Stabs OE:



(1 Punkt)

Vektordarstellung der Kräfte:

$$\vec{S}_{AC} = S_{AC} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{S}_{BD} = S_{BD} \cdot \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{O} = \begin{pmatrix} O_x \\ O_y \\ O_z \end{pmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingungen:

$$\vec{S}_{AC} + \vec{S}_{BD} + \vec{O} + \vec{F} = \vec{0}$$

Projektion auf die Achsen:

$$O_x - \frac{S_{AC}}{\sqrt{2}} - \frac{4 \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} = 0 \qquad (1)$$

$$O_y + \frac{S_{AC}}{\sqrt{2}} - \frac{1 \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} = 0 \qquad (2)$$

$$O_z + \frac{2 \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} = F = 500N \qquad (3)$$

(1 Punkt)

Momentengleichgewicht bezüglich 0:

$$\vec{M}_0(\vec{R}) = \vec{r}_{0C} \times \vec{S}_{AC} + \vec{r}_{0D} \times \vec{S}_{BD} + \vec{O} + \vec{r}_{0E} \times \vec{F} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot S_{AC} + \begin{pmatrix} 4L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot S_{BD} + \vec{O} + \begin{pmatrix} 5L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{pmatrix} N = \vec{0}$$

(1 Punkt)

Ausrechnen und Projektion auf die Achsen:

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2L \cdot S_{AC}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-8L \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} \\ \frac{-4L \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 5LF \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-\frac{8L \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} + 5LF = 0 \Rightarrow S_{BD} = \frac{5 \cdot \sqrt{21}}{8} \cdot F = 1432.05N$$ (2 Punkte)

$$\frac{2L \cdot S_{AC}}{\sqrt{2}} - \frac{4L \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} = 0 \Rightarrow S_{AC} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{21}} S_{BD} = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{4} F = 883.88N$$ (2 Punkte)

Ergebnisse in Gleichungen (1) – (3) einsetzen:

$$O_x = \frac{S_{AC}}{\sqrt{2}} + \frac{4 \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} = \frac{15}{4} F = 1875N$$ (1 Punkt)

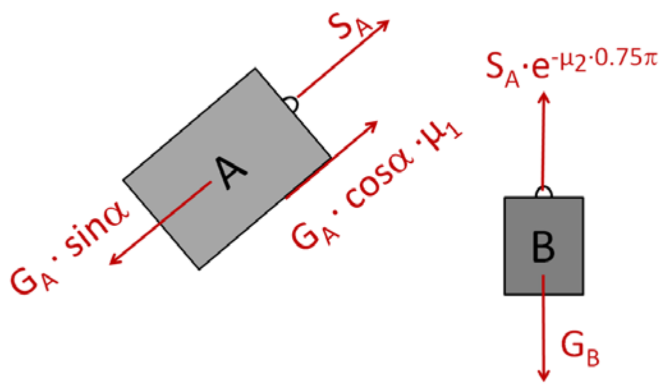
$$O_y = -\frac{S_{AC}}{\sqrt{2}} + \frac{S_{BD}}{\sqrt{21}} = -\frac{5}{8} F = -312.5N$$ (1 Punkt)

$$O_z = F - \frac{2 \cdot S_{BD}}{\sqrt{21}} = -\frac{1}{4} F = -125N$$ (1 Punkt)

Aufgabe 5: Reibungsgesetze (6 Punkte, ∅ 1.6 Punkte):

Fall 1: Körper A bewegt sich beinahe nach unten.

Freikörperbild des Körpers:



(1 Punkt)

Gleichgewicht für Körper B liefert:

$$G_B = S_A \cdot e^{-\mu_2 \cdot \frac{3}{4}\pi} \qquad (1)$$ (1 Punkt)

Gleichgewicht für Körper A liefert:

$$-G_A \cdot \sin\alpha + F_R + S_A = 0 \overset{Haftungsbed.}{\Rightarrow} G_A \cdot \sin\alpha - G_A \cdot \cos\alpha \cdot \mu_1 \le S_A$$

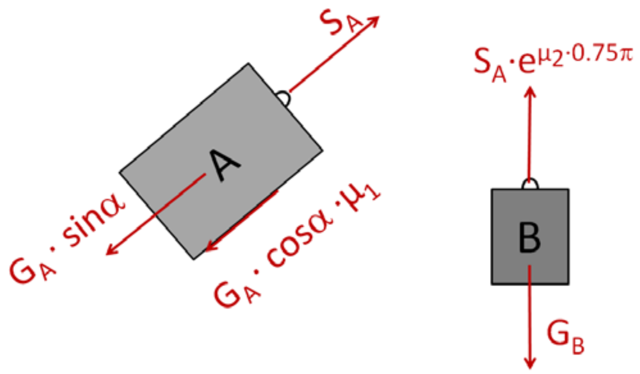
Mit Gleichung (1) erhält man:

$$G_B \ge (G_A \cdot \sin\alpha - G_A \cdot \cos\alpha \cdot \mu_1) \cdot e^{-\mu_2 \cdot \frac{3}{4}\pi} = 13.95N$$ (1 Punkt)

Fall 2: Körper A bewegt sich beinahe nach oben.

Freikörperbild des Körpers: (1 Punkt)

für Fallunterscheidung



(1 Punkt)

Gleichgewicht für Körper B liefert:

$$G_B = S_A \cdot e^{\mu_2 \cdot \frac{3}{4}\pi}$$ (1)

Gleichgewicht für Körper A liefert:

$$-G_A \cdot \sin\alpha - F_R + S_A = 0 \overset{Haftungsbed.}{\Rightarrow} G_A \cdot \sin\alpha + G_A \cdot \cos\alpha \cdot \mu_1 \ge S_A$$

Mit Gleichung (1) erhält man:

$$G_B \le (G_A \cdot \sin\alpha + G_A \cdot \cos\alpha \cdot \mu_1) \cdot e^{\mu_2 \cdot \frac{3}{4}\pi} = 86.02N$$ (1 Punkte)

<u>Aufgabe 6 (Kinematik einer Punktmasse) (4 Punkte) Ø 0.6 Punkte</u>

$$s(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3$$

$$v(t) = C_1 + 2C_2 t + 3C_3 t^2$$

Anfangsbedingungen der Bewegung:

$$s(t=0) = 0 \Rightarrow C_0 = 0$$ (1 Punkt)

$v(t=0)=0 \Rightarrow C_1=0$ (1 Punkt)

Endbedingung der Bewegung:

$$s(t=T)=C_2T^2+C_3T^3=s$$

$$v(t=T)=2C_2T+3C_3T^2=0 \Rightarrow C_2=-\frac{3}{2}C_3T$$

In die obere Gleichung einsetzen:

$C_3=-\frac{2L}{T^3}$; $C_2=\frac{3L}{T^2}$ (je 1 Punkt)

Das Weg-Zeit-Gesetz lautet also:

$$s(t)=\frac{3L}{T^2}\cdot t^2-\frac{2L}{T^3}\cdot t^3$$