Modulprüfung – Technische Mechanik II

Bitte beachten:

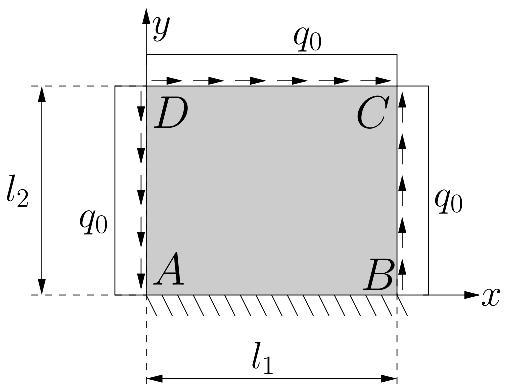
- Es wird ausschließlich der Bearbeitungsbogen bewertet.
- Weitere Hinweise befinden sich auf dem Bearbeitungsbogen.
- Es dürfen prinzipiell keine individuellen inhaltlichen Fragen beantwortet werden. Sollte Ihrer Meinung nach eine vermeintliche inhaltliche Unklarheit in der Aufgabenstellung bestehen, können Sie schriftlich eine diesbezügliche Frage auf der Rückseite der letzten Seite des Bearbeitungsbogens stellen. Machen Sie sich anschließend durch ein Handzeichen bemerkbar. Die Frage wird geprüft und gegebenenfalls werden die nötigen Informationen allen Studierenden gleichzeitig zugänglich gemacht.

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Aufbau und Lagerung: Die dargestellte, homogene Rechteckscheibe $ABCD$ (Schubmodul G, Querkontraktionszahl ν) ist entlang der Kante AB fest eingespannt. Die Abmessungen des Systems sind der Zeichung zu entnehmen.

Äußere Lasten: Entlang der Kanten AD, DC und CB wirkt eine konstante verteilte Last q_0 in negativer y-Richtung, positiver x-Richtung bzw. positiver y-Richtung. Daraus resultiert ein ebener, homogener Spannungszustand, der im Folgenden untersucht werden soll.

Gegebene Größen: $G = 8 \cdot 10^4 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, $\nu = 0,3$, $l_1 = 12$ mm, $l_2 = 10$ mm, $q_0 = 1 \cdot 10^2 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, Koordinatensystem xy (Rechtssystem)



1.a) Berechnen Sie den Zahlenwert des Elastizitätsmoduls E. *[ca. 1P]*

1.b) Berechnen Sie den Zahlenwert des Scherwinkels γ_{xy}, der sich infolge der Belastung in der Rechteckscheibe $ABCD$ einstellt. *[ca. 2P]*

Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig von allen vorherigen bearbeitet werden.

Änderung der äußere Lasten: Von nun an ist die Rechteckscheibe nicht mehr durch die Linienlasten q_0 belastet, sondern durch eine zunächst unbekannte Volumenlast $\boldsymbol{f}(x, y)$. Durch die Volumenlast $\boldsymbol{f}(x, y)$ stellt sich folgender ebener, inhomogener Spannungszustand ein:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = 140 \begin{bmatrix} \sin(\pi \frac{x}{l_1}) \\ \sin(\pi \frac{y}{l_2}) \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2} \sin(\pi \frac{x}{l_1}) + \sin(\pi \frac{y}{l_2}) \right) \end{bmatrix} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

1.c) Berechnen Sie die Volumenlast $\boldsymbol{f}(x, y)$, für die der gegebene Spannungszustand einen Gleichgewichtszustand darstellt. *[ca. 4P]*

Zusätzlich sei nun eine zulässige Spannung $\sigma_{\text{zul}} = 250 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ als Festigkeitskennwert des verwendeten Materials gegenüber Gestaltänderung gegeben.

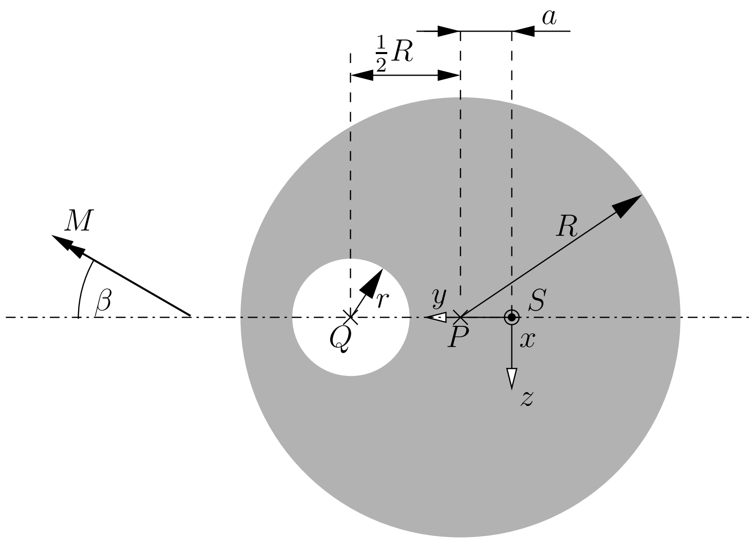
Zusätzlich gegebene Größe: $\sigma_{\text{zul}} = 250 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

1.d) Ist der resultierende Spannungszustand in der Rechteckscheibe zulässig? Verwenden Sie die Hypothese der Gestaltänderungsenergie und begründen Sie Ihre Antwort mit einer geeigneten Rechnung (Antwort *ja* oder *nein* allein ist nicht ausreichend). *[ca. 5P]*

Aufgabe 2 (16 Punkte)

Der dargestellte, kreisförmige Querschnitt (Radius R, Mittelpunkt P, Schwerpunkt S) weist eine kreisförmige Materialaussparung (Radius r, Mittelpunkt Q) auf und ist achsensymmetrisch zur y-Achse. Die Abmessungen des Querschnitts sind der Zeichnung zu entnehmen. Infolge einer äußeren Last wirkt im Querschnitt ein Schnittmoment M unter einem Winkel $\beta \in [0°, 90°]$ zur y-Achse, siehe Zeichnung.

Gegebene Größen: R, $r < \frac{1}{2}R$, a, $\beta \in [0°, 90°]$, M, Schwerachsensystem xyz



Alle Teilaufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

2.a) Berechnen Sie das Flächenträgheitsmoment I_{zz} des Querschnitts bezüglich der z-Achse. *[ca. 3P]*

Für die folgenden Teilaufgaben sind die Flächenträgheitsmomente I_{yy} und I_{zz} des Querschnitts als zusätzliche gegebene Größen zu verwenden.

Zusätzlich gegebene Größen: I_{yy}, I_{zz}

2.b) Bestimmen Sie die Geradengleichung $z = z(y)$ der Nulllinie der in x-Richtung wirkenden Normalspannung σ_x im Querschnitt. *[ca. 3P]*

Für die folgende Teilaufgabe ist zusätzlich die Geradengleichung der σ_x-Nulllinie für ein $\beta \in [0°, 90°]$ gegeben:

Zusätzlich gegebene Größe: σ_x-Nulllinie: $z = -\sqrt{3}\,y$

2.c) Zeichnen Sie in der Skizze im Bearbeitungsbogen den Punkt maximaler Druckspannung σ_x im Querschnitt ein und berechnen Sie dessen Koordinaten y^* und z^*. *[ca. 6P]*

Für die folgende Teilaufgabe sind die Koordinaten y^* und z^* des Punktes maximaler Druckspannung als zusätzliche gegebene Größen zu verwenden.

Zusätzlich gegebene Größen: y^*, z^*

Im Querschnitt wirkt nun zusätzlich die Normalkraft N.

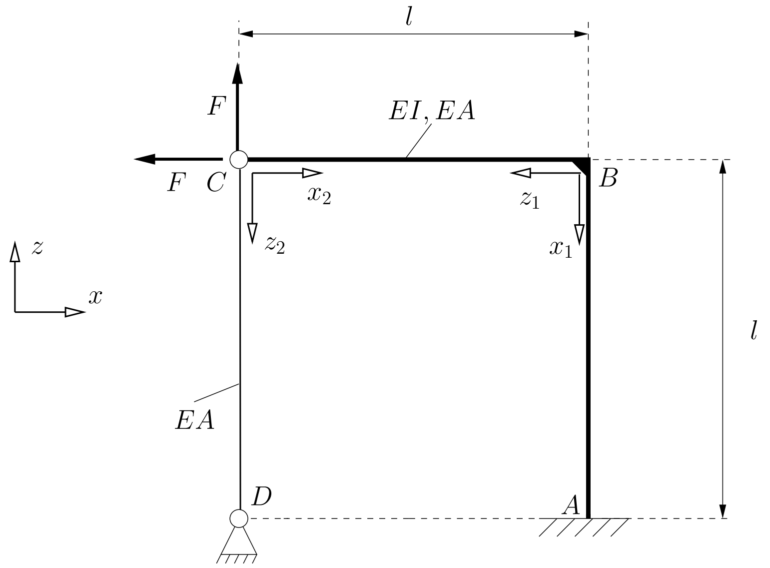
2.d) Berechnen Sie den minimalen Wert N_{min} der Normalkraft N, der nötig ist, sodass im gesamten Querschnitt nur Zugspannungen auftreten. *[ca. 4P]*

Aufgabe 3 (16 Punkte)

Aufbau und Lagerung: Das dargestellte, ebene System besteht aus einem schubstarren Rahmen ABC (Biegesteifigkeit EI und Dehnsteifigkeit EA) und einem Dehnstab CD (Dehnsteifigkeit EA), die im Punkt C gelenkig miteinander verbunden sind. Der Rahmen ist im Punkt A fest eingespannt, der Dehnstab ist im Punkt D fest gelagert. Die Abmessungen des Systems sind der Zeichnung zu entnehmen.

Äußere Lasten: Im Punkt C wirkt je eine Einzelkraft F in negativer x-Richtung und positiver z-Richtung.

Gegebene Größen: EA, EI, F, l, Koordinatensysteme xz, x_1z_1, x_2z_2 (Rechtssysteme)



Die Teilaufgaben **3.a)** - **3.d)** sollen mit Hilfe des *Kraftgrößenverfahrens* gelöst werden. Wählen Sie die Stabkraft im Stab CD als statisch Unbestimmte X und leiten Sie daraus ein statisch bestimmtes Hauptsystem ab. Geben Sie in sämtlichen grafischen Schnittgrößenverläufen Vorzeichen, polynomiale Ordnungen, charakteristische Werte, Nullstellen, Maximal- und Minimalstellen, Maximal- und Minimalwerte sowie strukturparallele Tangenten an. Verwenden Sie die vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme. Wie üblich sind Zugkräfte in Stäben als positive Normalkräfte zu definieren.

3.a) Zeichnen Sie die grafischen Verläufe der Normalkraft N_0 im Stab CD sowie der Normalkraft N_0 und des Biegemoments M_0 entlang des gesamten Rahmens ABC im *Lastzustand* in die hierfür vorgesehenen Skizzen im Bearbeitungsbogen ein. *[ca. 4P]*

Die folgende Teilaufgabe kann unabhängig von der vorherigen bearbeitet werden.

3.b) Zeichnen Sie die grafischen Verläufe der Normalkraft $\bar{N}$ im Stab CD sowie der Normalkraft $\bar{N}$ und des Biegemoments $\bar{M}$ entlang des gesamten Rahmens ABC im *Einheitszustand* in die hierfür vorgesehenen Skizzen im Bearbeitungsbogen ein. *[ca. 4P]*

3.c) Berechnen Sie die Verschiebung δ_{10} im *Lastzustand*. *[ca. 3P]*

3.d) Berechnen Sie die Verschiebung δ_{11} im *Einheitszustand*. *[ca. 3P]*

Änderung der äußere Lasten: Von nun an ist das Tragwerk *ausschließlich* durch die Kraft F in positiver z-Richtung im Punkt C belastet.

Die folgende Teilaufgabe kann unabhängig von allen vorherigen bearbeitet werden.

3.e) Welchen Wert $\hat{S}_{CD}$ nimmt die Stabkraft im Stab CD für den Fall an, dass dieser als dehnstarr angenommen wird? *[ca. 2P]*

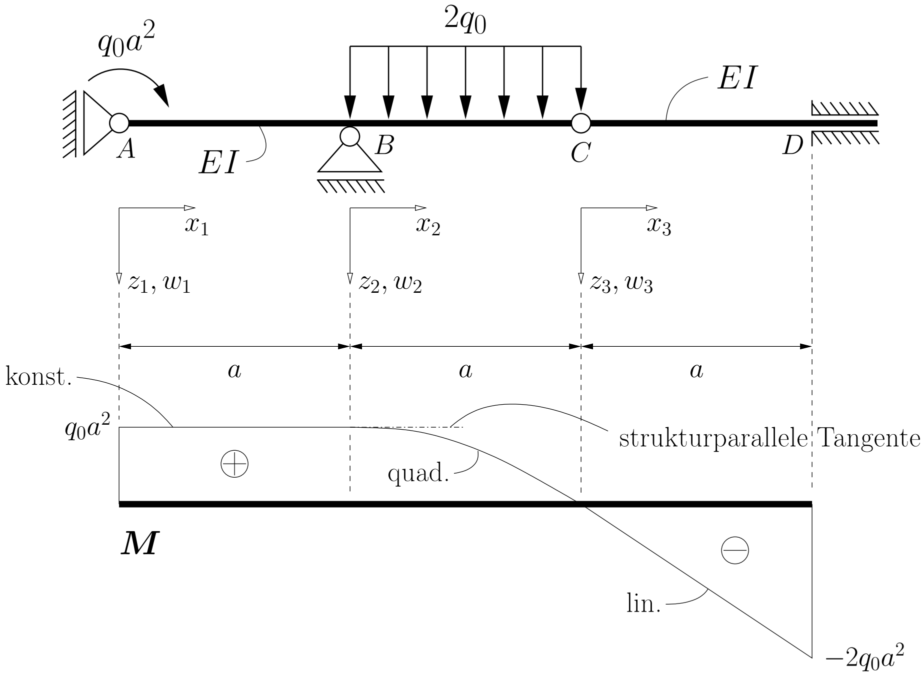
Aufgabe 4 (22 Punkte)

Aufbau und Lagerung: Das dargestellte, ebene Tragwerk besteht aus zwei homogenen, schubstarren Balken ABC und CD (jeweils Biegesteifigkeit EI), die im Punkt C mithilfe eines Momentengelenks miteinander verbunden sind. Der Balken ABC ist im Punkt A in z_1-Richtung und im Punkt B in x_2-Richtung verschieblich gelagert, während der Balken CD im Punkt D an eine in x_3-Richtung verschiebliche Parallelführung angeschlossen ist. Die Abmessungen des Systems und die lokalen Koordinatensysteme sind der Zeichnung zu entnehmen.

Äußere Belastung: Gemäß Zeichnung wirkt im Punkt A ein Einzelmoment q_0a^2 und entlang des Balkenabschnitts BC eine konstante Linienlast $2q_0$ in positiver z_2-Richtung.

Infolge dieser äußeren Belastung stellt sich entlang der beiden Balken der dargestellte grafische Verlauf des Schnittmoments M ein.

Gegebene Größen: a, EI, q_0, Koordinatensysteme x_1z_1, x_2z_2 und x_3z_3 (Rechtssysteme)



Alle Teilaufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

4.a) Berechnen Sie mithilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte die Durchsenkung $w_A = w_1(x_1 = 0)$ des Punkts A in positiver z_1-Richtung infolge der äußeren Belastung des Tragwerks. *[ca. 8P]*

4.b) Mittels Integration der für Balken gültigen Differentialgleichung können die analytischen Verläufe der Biegelinien $w_1(x_1)$, $w_2(x_2)$ und $w_3(x_3)$ entlang der beiden Balken berechnet werden. Formulieren Sie sämtliche hierfür erforderlichen statischen und kinematischen Rand- und Übergangsbedingungen ausschließlich unter Verwendung der Querkraft Q, des Schnittmoments M, der Verdrehung ϕ und der Durchsenkung w sowie der vorgegebenen Koordinatensysteme. *[ca. 6P]*

Hinweis: Eine Randbedingung ist im Bearbeitungsbogen bereits eingetragen.

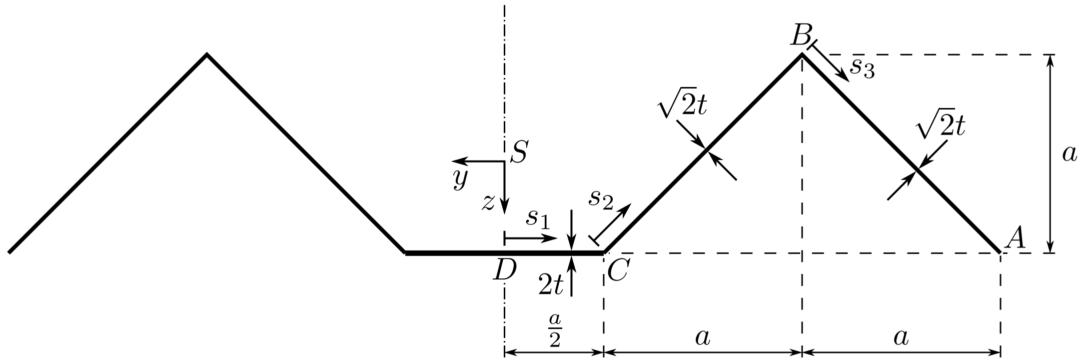
4.c) Zeichnen Sie die *qualitativen* grafischen Verläufe der Verdrehung ϕ und der Durchsenkung w entlang der beiden Balken in die hierfür vorgesehenen Skizzen im Bearbeitungsbogen ein. Geben Sie Vorzeichen, polynomiale Ordnungen, Nullstellen, Maximal- und Minimalstellen sowie strukturparallele Tangenten an. Verwenden Sie die gegebenen Koordinatensysteme. *[ca. 8P]*

Hinweis: $\phi_2(x_2 = a) < 0$

Aufgabe 5 (12 Punkte)

Das dargestellte dünnwandige Profil mit dem nicht maßstäblich eingezeichneten Flächenschwerpunkt S im Ursprung des Schwerachsensystems yz ist achsensymmetrisch zur z-Achse. Die Abmessungen des Profils und die lokalen Wandkoordinaten sind der Zeichnung zu entnehmen.

Gegebene Größen: a, $t \ll a$, Schwerachsensystem yz (Rechtssystem), Wandkoordinaten s_1, s_2 und s_3



5.a) Berechnen Sie den Abstand $\overline{DS}$ zwischen dem Punkt D und dem Flächenschwerpunkt S. *[ca. 3P]*

Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig von der vorherigen bearbeitet werden.

5.b) Zeichnen Sie den grafischen Verlauf des statischen Moments S_z entlang des Profilabschnitts $ABCD$ in die hierfür vorgesehene Skizze im Bearbeitungsbogen ein. Geben Sie Vorzeichen, polynomiale Ordnungen, charakteristische Werte, Nullstellen, Maximal- und Minimalstellen, Maximal- und Minimalwerte sowie strukturparallele Tangenten an. Verwenden Sie die vorgegebenen Wandkoordinaten. *[ca. 7P]*

Hinweis: Im Bearbeitungsbogen steht Ihnen für die Lösung der Aufgabe eine zusätzliche Skizze des Profils zur Verfügung. Dort können Sie den yt-Verlauf entlang des Profils eintragen, der jedoch nicht gewertet wird.

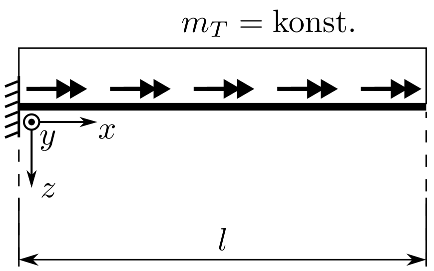
5.c) Geben Sie in der vorgefertigten Skizze im Bearbeitungsbogen mithilfe von Pfeilen die tatsächliche Wirkungsrichtung der Schubspannungen τ_{xs} entlang des Profilabschnitts $ABCD$ infolge einer in positiver y-Richtung wirkenden Querkraft Q_y an. Markieren Sie anschließend in derselben Skizze eindeutig die Stelle im Profilabschnitt $ABCD$, an der die betragsmäßig maximale Schubspannung $|\tau_{xs}|_{\max}$ auftritt. *[ca. 2P]*

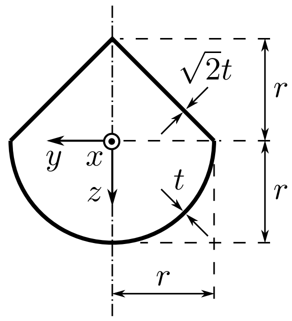
Aufgabe 6 (12 Punkte)

Aufbau und Lagerung: Eine homogene Welle (Schubmodul G) mit einem dünnwandigen, geschlossenen, achsensymmetrischen Hohlprofil ist an der Stelle $x = 0$ fest eingespannt. Die Abmessungen des räumlichen Systems sind der Zeichnung zu entnehmen.

Äußere Lasten: Entlang der gesamten Welle $x \in [0, l]$ wirkt ein konstantes verteiltes Torsionsmoment m_T in positiver x-Richtung.

Gegebene Größen: l, r, $t \ll r$, m_T, G, Hauptachsensystem xyz





Alle Teilaufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

6.a) Berechnen Sie das Torsionsträgheitsmoment I_T des Hohlprofils der Welle. *[ca. 3P]*

Für die folgenden Teilaufgaben ist das Torsionsträgheitsmoment I_T des Hohlprofils der Welle als zusätzlich gegebene Größe zu verwenden.

Zusätzlich gegebene Größe: I_T

6.b) Bestimmen Sie den Verlauf des Verdrehungswinkels $\Phi(x)$ des Hohlprofils um die x-Achse in Abhängigkeit von x und den gegebenen Größen. *[ca. 4P]*

6.c) Geben Sie diejenigen Stellen $x_{|\Phi'|_{\max}}$, $x_{|\Phi|_{\max}}$ und $x_{|\tau|_{\max}}$ entlang der Welle an, an denen die betragsmäßig größte Verdrillung Φ', Verdrehung Φ bzw. Schubspannung τ auftritt (keine Rechnung nötig). *[ca. 3P]*

6.d) Berechnen Sie den betragsmäßig größten Wert $|\tau|_{\max}$ der Schubspannung τ, der im gesamten System auftritt. *[ca. 2P]*

Modulprüfung – Technische Mechanik II

Name:	Hörsaal:	Sitzplatz:
Vorname:	Studiengang:	
Matrikelnummer:		

Hinweise:

- Der Angabenbogen beinhaltet 6 Aufgaben auf den Seiten A1–A7. Der Bearbeitungsbogen besteht aus den Seiten B1–B16. Lassen Sie die Bogen bitte zusammengeheftet.
- Tragen Sie bitte zunächst Ihre persönlichen Daten in die obigen Felder ein.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
- Bearbeiten Sie bitte nur die im Angabenbogen gestellten Aufgaben und führen Sie Ihre Berechnungen an den dafür vorgesehenen Stellen im Bearbeitungsbogen durch. Reicht der Platz nicht aus, verwenden Sie bitte die Rückseiten der Blätter des Bearbeitungsbogens.
- Ergebnisse müssen in die vorgefertigten Kästen bzw. Zeichnungen eingetragen werden.
- Alle Ergebnisse sind ausschließlich in Abhängigkeit von den gegebenen Größen und Koordinaten anzugeben, sofern nichts anderes verlangt wird. Formelausdrücke, z. B. Brüche, müssen nicht vereinfacht oder zusammengefasst werden.
- Zugelassene Hilfsmittel sind eine sechs Blätter DIN A4 umfassende Formelsammlung ohne inhaltliche Einschränkungen sowie ein nicht programmierbarer Taschenrechner.
- Verwenden Sie bitte keine grüne Farbe.

Bitte nicht ausfüllen!

1		
2		
3		
4		
5		
6		
Σ		

Aufgabe 1

Aufgabe 1.a)

$E =$

Aufgabe 1.b)

$\gamma_{xy} =$

Aufgabe 1.c)

$$\boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} =$$

Aufgabe 2

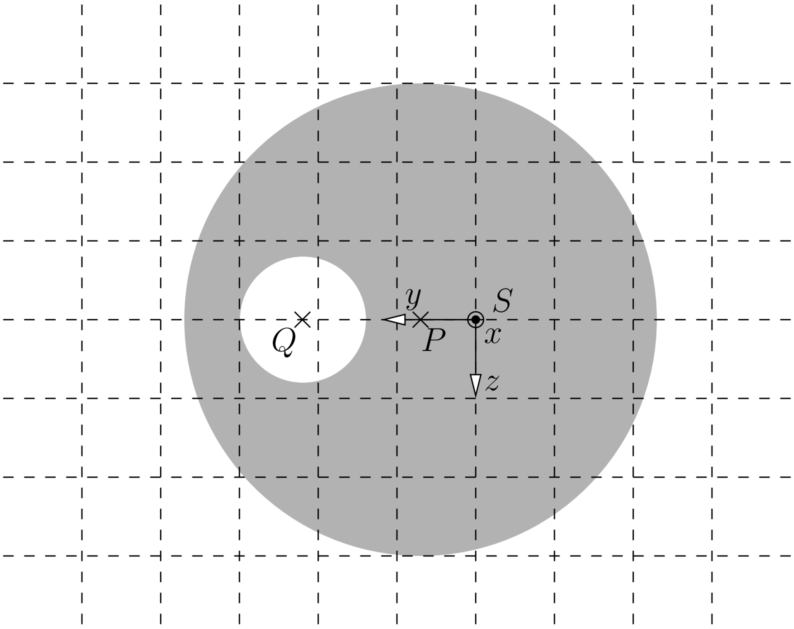
Aufgabe 2.a)

$I_{zz} =$

Aufgabe 2.b)

$z(y) =$

Aufgabe 2.c)



$y^* =$

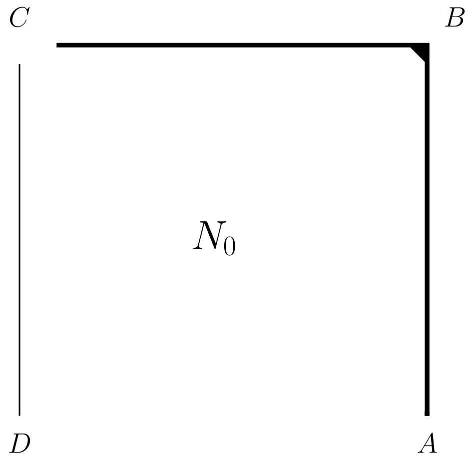
$z^* =$

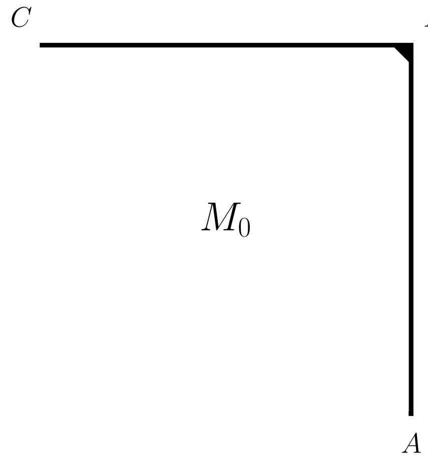
Aufgabe 2.d)

$N_{\text{min}} =$

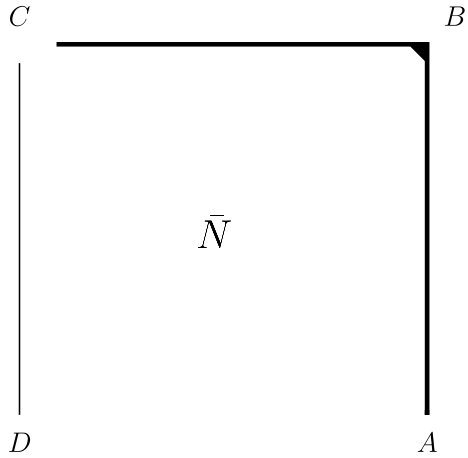
Aufgabe 3

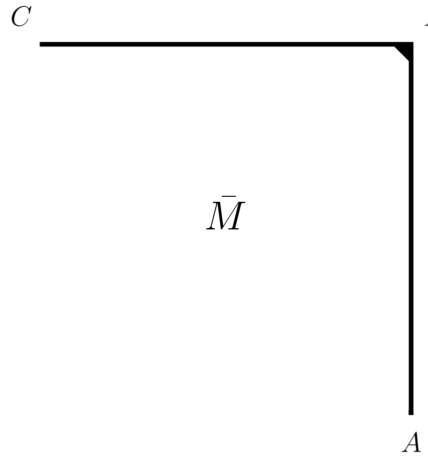
Aufgabe 3.a)





Aufgabe 3.b)





Aufgabe 3.c)

$\delta_{10} =$

Aufgabe 3.d)

$\delta_{11} =$

Aufgabe 3.e)

$\boxed{\hat{S}_{CD} =}$

Aufgabe 4

Aufgabe 4.a)

$w_A =$

Aufgabe 4.b)

statische und kinematische Rand- und Übergangsbedingungen:

1) $M_1(x_1 = 0) = q_0 a^2$

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

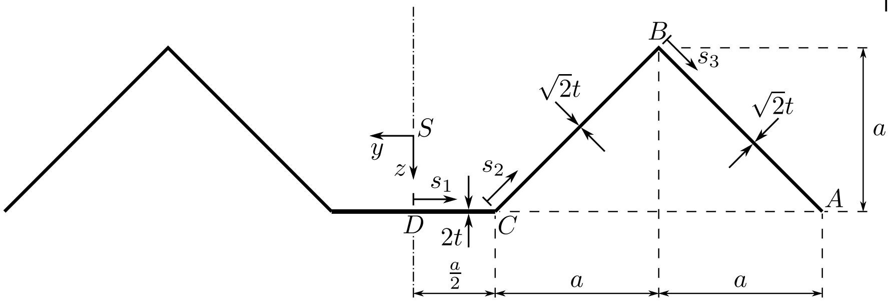
11)

12)

Aufgabe 4.c)

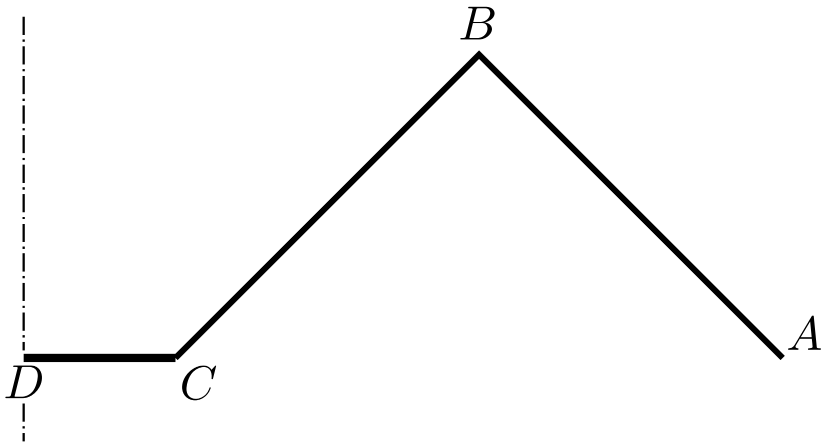
Aufgabe 5

Aufgabe 5.a)

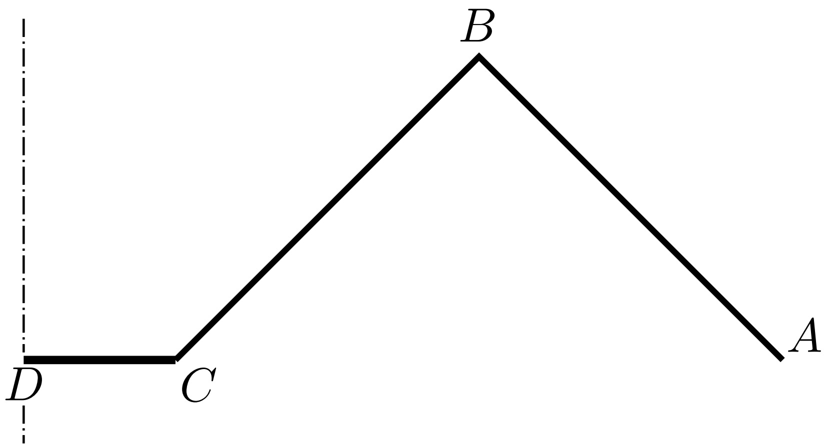


$\overline{DS} =$

Aufgabe 5.b)

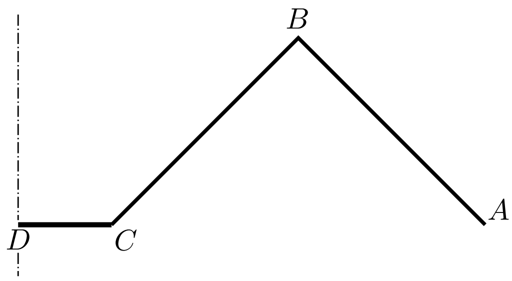


$\boldsymbol{yt}$



$\boldsymbol{S_z}$

Aufgabe 5.c)



Aufgabe 6

Aufgabe 6.a)

$I_T =$

Aufgabe 6.b)

$\Phi(x) =$

Aufgabe 6.c)

$x_{|\Phi'|_{\mathrm{max}}} =$ $x_{|\Phi|_{\mathrm{max}}} =$ $x_{|\tau|_{\mathrm{max}}} =$

Aufgabe 6.d)

$|\tau|_{\text{max}} =$