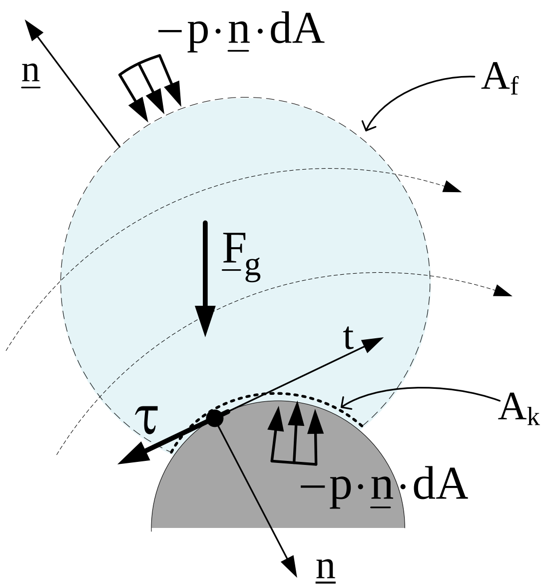
ANWENDUNG DES IMPULSSATZES

(Impulssatz für stationäre Strömungen inkompressibler Fluide im Schwerefeld)



Das *Newton'sche* Grundgesetz verlangt, dass Gleichgewicht zwischen der Impulsänderung und der Summe aller angreifenden äußeren Kräfte herrscht:

$$\sum F = \oint_{A_f} \underline{w} \cdot \rho \cdot (\underline{w} \cdot \underline{n}) \cdot dA$$

Die gesamte, den Kontrollraum begrenzende Kontrollfläche A wird in eine freie Fläche A_f und eine feste Fläche A_k aufgeteilt.

$\underline{n}$: Normalenvektor, d.h. Vektor vom Betrag „1“
immer senkrecht vom Kontrollraum nach außen gerichtet

$w_n = (\underline{w} \cdot \underline{n})$: $\begin{cases} \text{negativ, falls } w_n \text{ einströmend} \\ \text{positiv, falls } w_n \text{ ausströmend} \end{cases}$ (aufgrund der Richtung von $\underline{n}$)

Der Impulssatz ist ein Kräftegleichgewicht an einem Kontrollraum:
Als äußere Kräfte $\sum F$ treten auf:

- Druckkraft über die freie Kontrollraumfläche A_f $\quad F_P = -\oint_{A_f} p \cdot \underline{n} \cdot dA$
- Volumenkraft eines Kraftfeldes (z.B. Schwerefeld): $\quad F_g = \int_V \rho \cdot \underline{g} \cdot dV$
- Reaktionskraft über die festen Körperfläche A_k: $\quad F_S = -\oint_{A_k} (p \cdot \underline{n} + \tau) \cdot dA$

Damit lautet der Impulssatz:

$$\underbrace{\oint_{A_f} \underline{w} \cdot \rho \cdot (\underline{w} \cdot \underline{n}) \cdot dA}_{F_I} = \underbrace{\int_V \rho \cdot \underline{g} \cdot dV}_{F_g} - \underbrace{\oint_{A_f} p \cdot \underline{n} \cdot dA}_{F_p} - \underbrace{\oint_{A_k} (p \cdot \underline{n} + \tau) \cdot dA}_{F_S}$$

Impulsbilanz nach Reaktionskraft / Stützkraft des Systems aufgelöst:

Der Impulssatz ist eine Vektorgleichung, d.h. in einem kartesischem Koordinatensystem (x,y,z) gilt für die Komponenten z. B. der Reaktionskraft F_s:

$$\underbrace{-\oint_{A_k} (p \cdot \underline{n} + \tau) \cdot dA}_{F_S} = \oint_{A_f} \underline{w} \cdot \rho \cdot (\underline{w} \cdot \underline{n}) \cdot dA - \int_V \rho \cdot \underline{g} \cdot dV + \oint_{A_f} p \cdot \underline{n} \cdot dA$$

Komponenten:

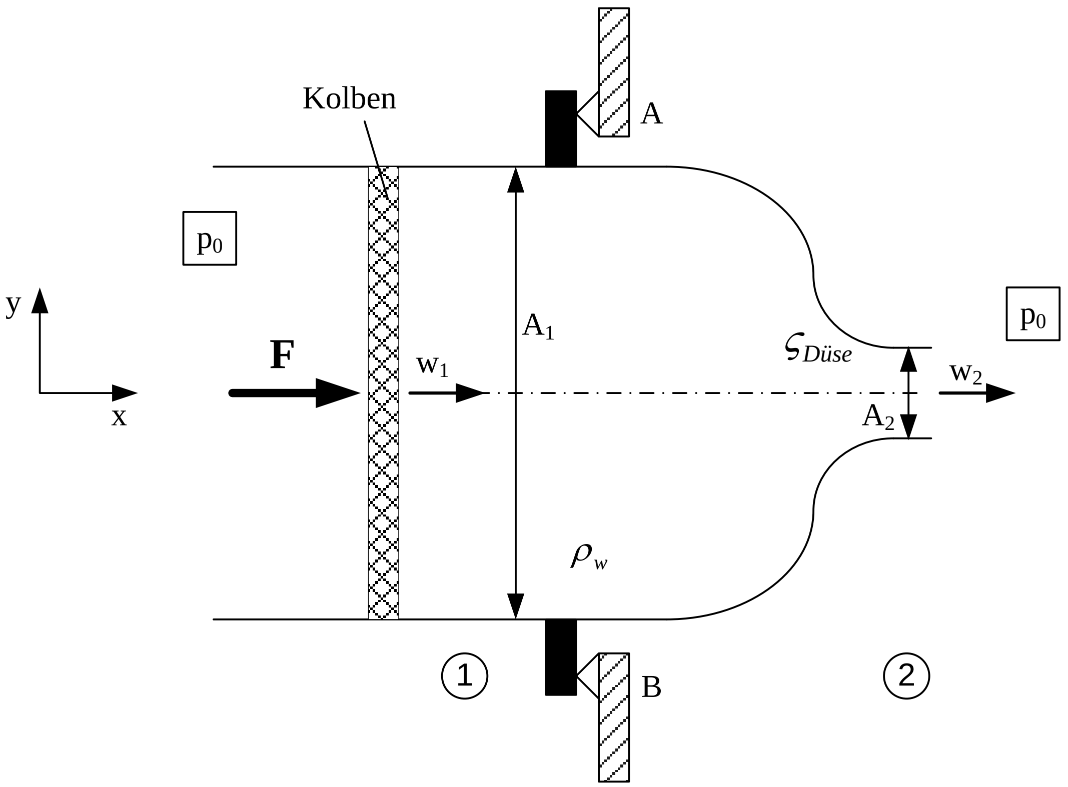
$$F_{Sx} = \oint_{A_f} w_x \cdot \rho \cdot (w_n) \cdot dA - \int_V \rho \cdot g_x \cdot dV + \oint_{A_f} p \cdot n_x \cdot dA$$

$$F_{Sy} = \oint_{A_f} w_y \cdot \rho \cdot (w_n) \cdot dA - \int_V \rho \cdot g_y \cdot dV + \oint_{A_f} p \cdot n_y \cdot dA$$

$$F_{Sz} = \oint_{A_f} w_z \cdot \rho \cdot (w_n) \cdot dA - \int_V \rho \cdot g_z \cdot dV + \oint_{A_f} p \cdot n_z \cdot dA$$

: KOLBEN MIT DÜSE

In einem mit Wasser gefüllten Rohr (Querschnittsfläche A_1) befindet sich ein Kolben. Dieser Kolben wird mit einer konstanten Geschwindigkeit w_1 durch das Rohr in Richtung der angeschlossenen Düse (Querschnittsfläche A_2) bewegt. Das Wasser tritt nach der Düse in Pos.② als Freistrahl in die Umgebung aus. Der an der Düse auftretende Strömungsverlust $\zeta_{Düse}$ muss berücksichtigt werden. Reibungsverluste an der Rohrwand sind zu vernachlässigen.



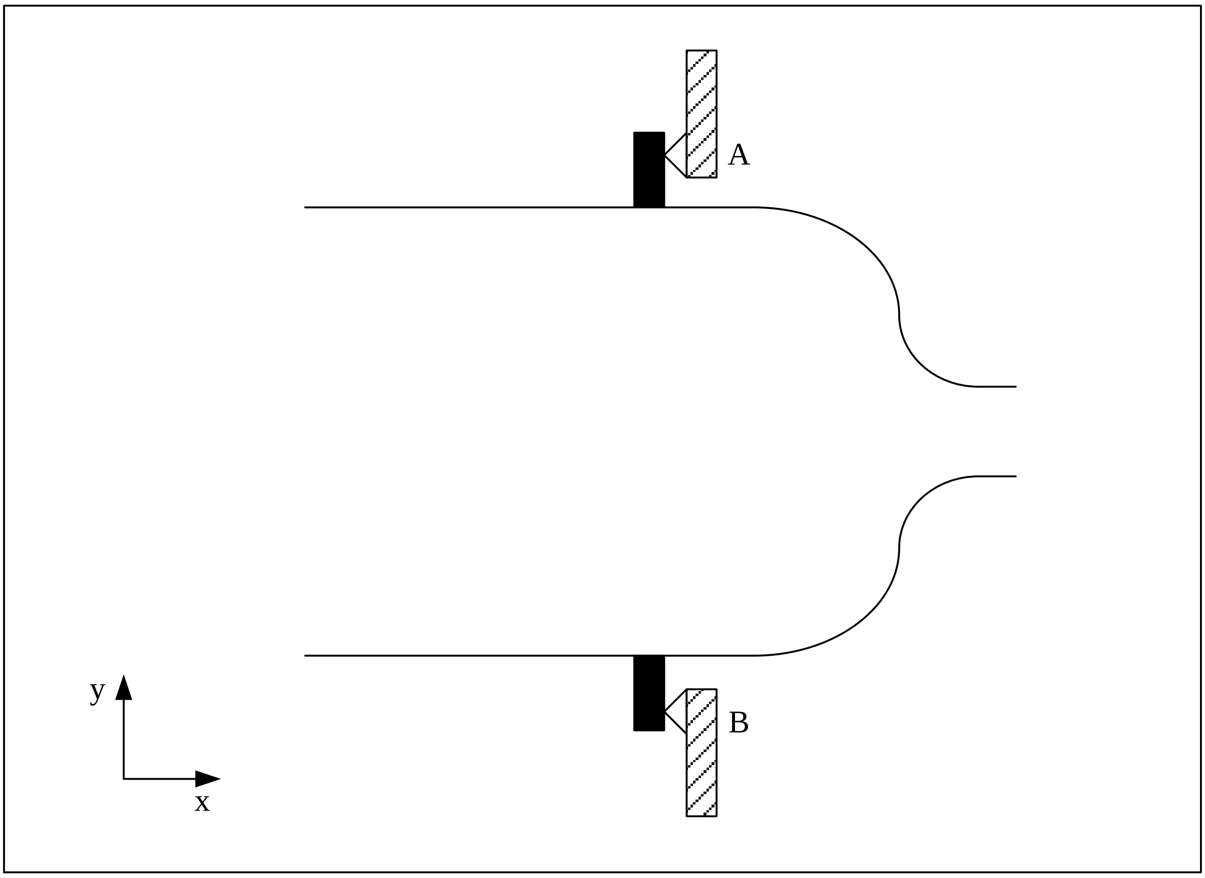
a) Mit welcher Kraft $F = (p_1-p_0)A_1$ muss der Kolben unter den gegebenen Bedingungen geschoben werden?

b) Berechnen Sie die horizontalen Auflagerkräfte F_A und F_B, durch die das Rohr festgehalten wird. Wählen Sie einen geeigneten Kontrollraum und zeichnen Sie alle Strömungsgrößen und wirkenden Kräfte ein (Verwenden Sie hierzu Anlage 1).

<u>Gegeben:</u> $A_1 = 0{,}1\ m^2$ $A_2 = 0{,}01\ m^2$ $w_1 = 4\ m/s$ $\rho_w = 1000\ kg/m^3$

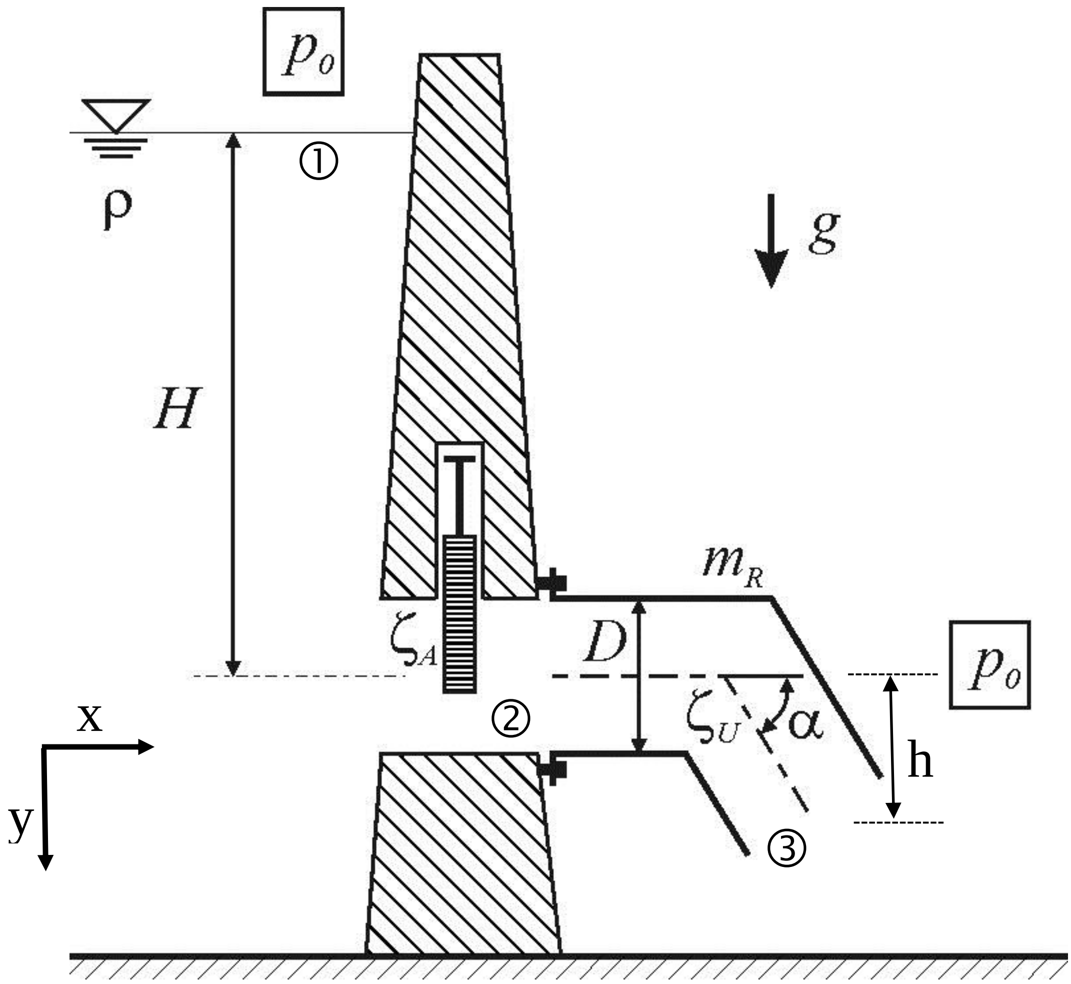
$$\zeta_{Düse}\,(w_2) = 0{,}5 * \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2$$

ANLAGE 1



GRUNDABLASS EINER TALSPERRE

Am Grundablass einer Talsperre wird der austretende Wasserstrahl mittels eines angeschlossenen Rohrstückes in einem Winkel α in das Tosbecken des nachfolgenden Flusslaufes eingeleitet. Dabei reguliert ein Flachschieber den austretenden Volumenstrom. Ein Strömungsverlust infolge der Rohrumlenkung ist mit ζ_U zu berücksichtigen.



a) Berechnen Sie für eine Stauhöhe *H* mit einem Öffnungsgrad des Flachschiebers von 40 % (entsprechend $\zeta_A = 7{,}5$) die Kraftwirkung an der Verbindung des Rohrstückes nach Größe und Richtung.

Gegeben:	$H = 30$ m	$D = 1{,}0$ m	$\alpha = 60°$	$h = 1$ m
	$\zeta_A = 7{,}5$	$\zeta_U = 0{,}7$	$m_R = 2{,}0$ t	$\rho = 1000$ kg/m^3
	$g = 9{,}81$ m/s^2			